PERIÓDA VZORKOVANIA

- Určenie
- Výpočet
- Nastavenie

Základné úvahy o výbere periódy vzorkovania

- Discrete-time control (digitálne, číslicové riadenie) výber periódy vzorkovania dôležitý parameter vplyvu na kvalitu a stabilitu DRO

$$\boxed{\omega_v = \frac{2\pi}{T}}$$

- Diferenčné rovnice , z-prenosy vo všeoecnosti nelineárne funkcie periódy vzorkovania-transdendentné rovnice ($z=e^{sT}$),(vplyv periódy vzorkovania na kvalitu riadenia nie je možné jednoduchým spôsobom vyjadriť, na stabilitu však áno)

- Frekvenčné spektrum diskrétneho reg. obvodu – jednoznačnosť výberu periódy vzorkovania
- **Princíp** : vyjadrenie Diracových funkcií rozvojom do Fourierovho exponeciálneho radu

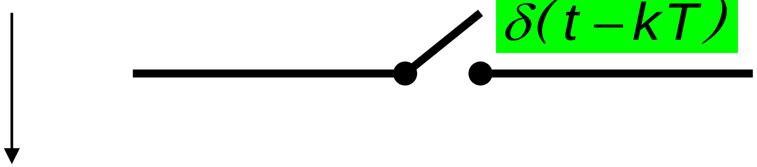
$$f^*(t) = \frac{1}{T} f(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-kT)$$

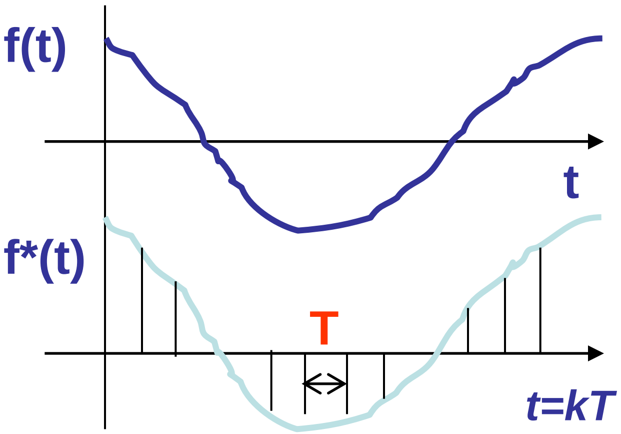
$$f^*(t) = \frac{1}{T} f(t) \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-j\omega_v t}$$

- Fourierov obraz „posunutej funkcie“ $\mathcal{F}\{f(t)e^{at}\}= \mathcal{F}(j\omega-a)$

Ideálny vzorkovací spínač

Postupnosť
Diracových impulzov





$\delta(t-kT)$

$\delta(t-kT) \neq 0 \quad ak \quad t-kT=0 \quad pre \quad k=0,\pm1,\pm2,\ldots$

Zovšeobecnenie:

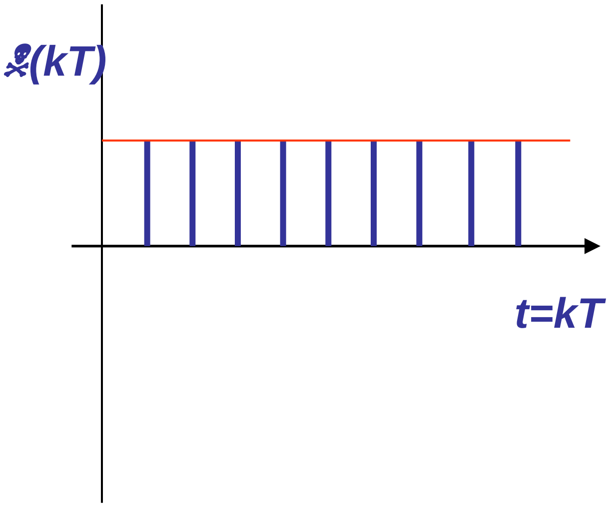
$$\ldots\delta[t+(k+1)T]+\delta[t+kT]+\delta[t+(k-1)T]+\delta[t+(k-2)T]+\ldots+\delta[t+T]+$$
$$+\delta[t]+\delta[t-T]+\ldots+\delta[t+(k-1)T]$$

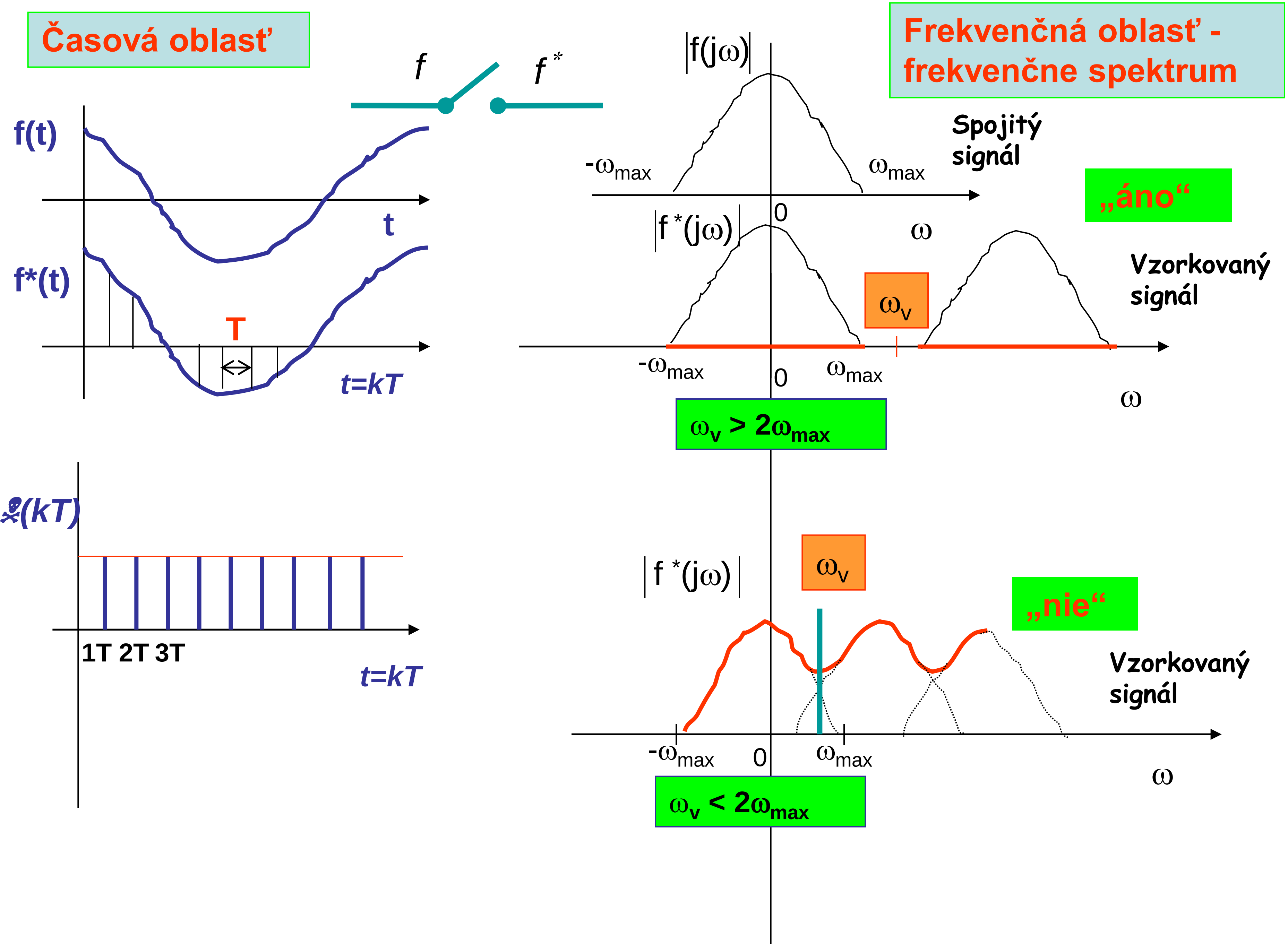
$$f^*(t)=f(t)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT)$$

$$alebo \quad \sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT)=f_1(t)$$

$$real \quad k=0 \quad f^*(t)=\sum_{k=0}^{\infty}f(kT)\delta(t-kT)$$

$$f(t)=0, \quad \forall t<0$$




Časová oblasť
Frekvenčná oblasť - frekvenčne spektrum
f
f *
f(t)
t
f*(t)
T
t=kT
|f(jω)|
-ωmax
ωmax
0
ω
Spojitý signál
„áno“
|f *(jω)|
ωv
Vzorkovaný signál
-ωmax
0
ωmax
ω
ωv > 2ωmax
(kT)
1T 2T 3T
t=kT
|f *(jω)|
ωv
„nie“
Vzorkovaný signál
-ωmax
0
ωmax
ω
ωv < 2ωmax

Aby sme úplne poznali signál, ktorého najvyššia frekvencia je ω_{max} postačuje merať jeho hodnoty v časových okamihoch vzdialených od seba o pol periódy kmitu najvyššej frekvencie

$$\boxed{T = \frac{1}{2}\frac{2\pi}{\omega_{max}}}$$

Dôsledok :

Ak

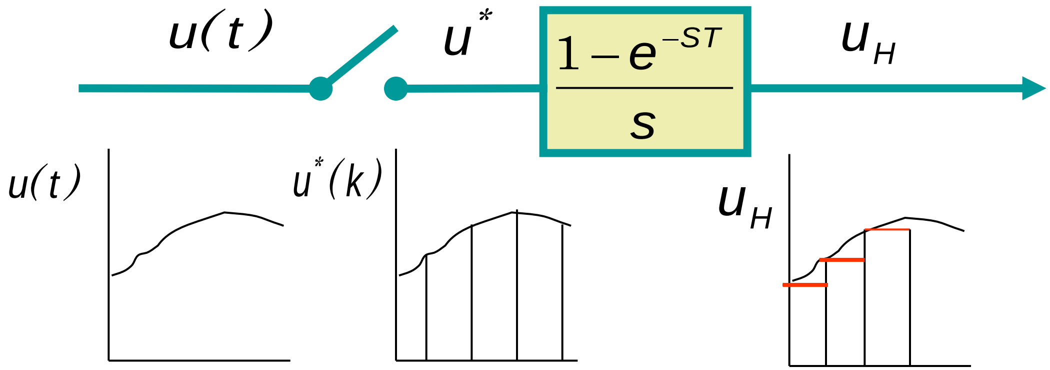
$$\omega_v > 2\omega_{max}$$

cez spínač sa prenesie celé základné frekvenčné pásmo neskreslene

Ak

$$\omega_v < 2\omega_{max}$$

cez spínač sa neprenesie ani základné pásmo v pôvodnom tvare a k amplitúdam najvyšších frekvencií základného pásma sa pridávajú amplitúdy z nasledujúceho pásma – výsledkom je skreslený tvar výstupného signálu zo vzorkovača.



Vzorkovaný signál

$$\delta^*(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT)$$

$$\delta^*(t)=\frac{\omega_v}{2\pi}\sum_{m=-\infty}^{\infty}e^{-j\omega_v mt}$$

Vystup:

$$u^*(t)=u(t)\delta^*(t),\quad u(t)=0, t<0$$

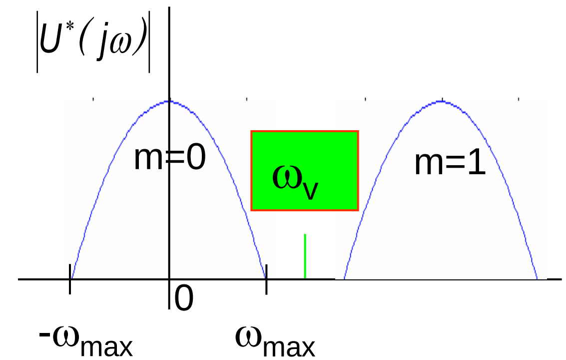
$$u^*(t)=\frac{\omega_v}{2\pi}u(t)\sum_{m=-\infty}^{\infty}e^{-j\omega_v mt}$$

$$u^*(t)=\frac{1}{T}u(t)\sum_{m=-\infty}^{\infty}e^{-j\omega_v mt}$$

$$Four.tran.: U(j\omega)=\int_0^{\infty}u^*(t)e^{-j\omega t}dt=\frac{1}{T}\int_0^{\infty}u(t)e^{-j\omega t}\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty}e^{-j\omega_v mt}\right)dt=$$

$$U^*(j\omega)=\frac{1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}e^{-j(\omega+m\omega_v)}u(t)dt=\frac{1}{T}\sum_{m=0}^{\infty}U\left[j(\omega+m\omega_v)\right]$$

$$s=j\omega\quad U(s)=\frac{1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty}U(s+jm\omega_v)$$



$$u(t)\rightarrow\left|U(j\omega)\right|$$

$$u^*(t)\rightarrow\left|\frac{1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty}U(j\omega+jm\omega_v)\right|$$

Dôsledok :

• Pri amplitudovej modulácii vznikájú vedľajšie frekvenčné spektrá, ktoré sú celočís. násobkom frekvenie vzorkovania (m=0,1,...)

• Diskrétny regulačný obvod – vzorkovanie regulačnej odchýlky možnosť vzniku nežiadúcich účinkov (utlmí ich tvarovací člen a regulovaný systém)

•TČ a regulovaný objekt – NF filter, spektrum referenčnej premennej w = spektru výstupu y

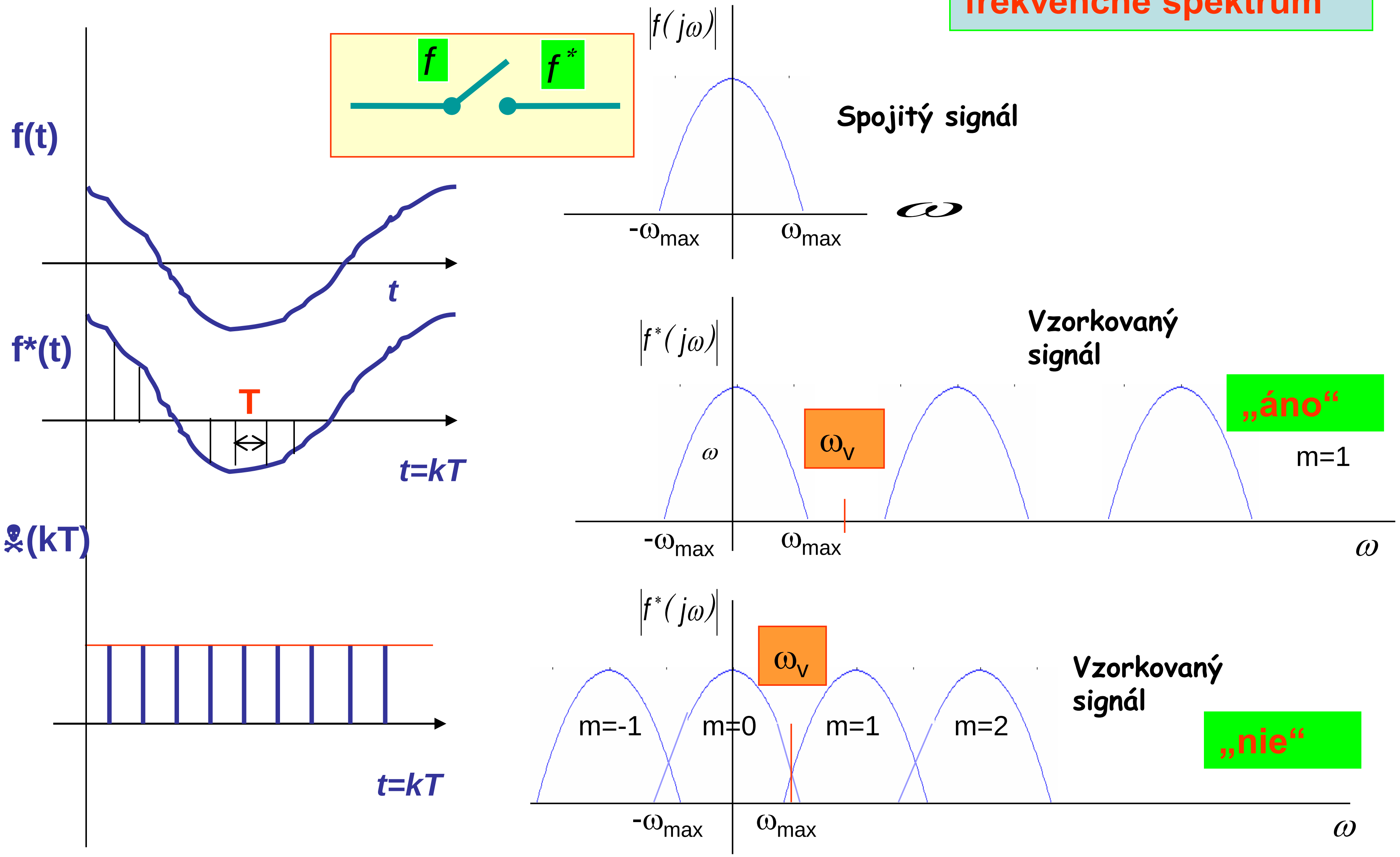
• Praktický postup volíme ω_{max} tak aby frekvenčný obraz $E(j\omega)$ neobsahoval zložky $\omega > \omega_{max}$. Frekvencia vzorkovania je potom $\omega_v > 2\omega_{max}$

Shanonova veta: Ak platí pre Fourierov obraz $F(j\omega)$ signálu $f(t)$ že $F(j\omega)=0$ pre $\omega >= \omega_{max}$ potom $f(t)$ je jednoznačne určený z diskrétnych vzoriek $f(kT)$, $k=0,\pm1,\pm2,...$ kde $T_v<=\pi/\omega_{max}$ teda $\omega_v >=2\omega_{max}$

Splnenie podmienky $\omega_v >=2\omega_{max}$ zabezpečuje, že frekvenčné spektra sa navzajom neprekrývajú (viď.nasled.obr.)

Časová oblasť

Frekvenčná oblasť - frekvenčne spektrum



Praktické rady pre výber periódy vzorkovania

- Prietoky (T_V=1s)
- Hladiny, tlaky (T_V=5s)
- Teploty, zloženie zmesi, koncentrácie T_V=(1 - 200s)
- Z prechodovej charakteristiky riadeného procesu
  $T_v=(1/6 - 1/12)T_{ust}$
- Casové konštanty T_v=(Suma(T_i)/(3-4), T_s=Suma(T_i)
- Perióda vzorkovania musí byť K-násobne kratšia než náhradná časova konštanta T_n, t.j. $T_v=T_n/K$, K>=2

$$T_n = (2-4)(T_\sigma + T/2)$$

$$T_n = (2-4)\frac{3}{2}T_s$$

$$T_v = T_s/(3-6)$$

T_v=(1/4 ... 1/8)D

T_v=(1.2 ... 0.35)α ak $0.1 <= \alpha/\tau <= 1$

Tv=(0.35 ... 0.22)α ak $1 <= \alpha/\tau <= 10$